

T H E S E

présentée

A LA FACULTE DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITE DE PARIS VI

pour obtenir

le titre de Docteur - 3^e Cycle

Spécialité : Géophysique

par

Emile OKAL

Sujet : Problème posés par l'application de la théorie de
l'Eikonal à la sismologie

Soutenue le 7 Décembre 1972 devant la Commission d'Examen

Y. ROCARD : Président
P. MECHLER : Examineur
J. DELLOUE : Examineur

I N T R O D U C T I O N

L'étude de très nombreux phénomènes conduit pour un certain nombre de grandeurs physiques à l'équation générale :

$$\Delta f = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad (1), \text{ que nous désignerons}$$

sous le nom d'équation de propagation.

Dans cette équation, f est la grandeur étudiée, v est un paramètre du système considéré, le plus souvent constant et Δ désigne l'opérateur laplacien, qui, si f est scalaire, a l'expression :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Cette équation est assortie de conditions aux limites qui permettent - théoriquement - sa résolution.

En pratique, elle n'a été résolue que dans un nombre très faible de cas particuliers, notamment ceux dans lesquels les conditions aux limites s'expriment par des conditions de symétrie.

C'est ainsi que l'on construit le concept d'onde plane, ou celui d'onde sphérique.

La linéarité de (1) et, en général, des conditions aux limites, permet alors d'envisager de rechercher la solution sous la forme de développements sur la base des ondes, planes ou sphériques, connues.

Si cette technique réussit particulièrement bien en optique, elle se heurte en sismique à un problème majeur de diffraction qui se manifeste sous deux aspects :

- Les longueurs d'onde optiques sont en général beaucoup plus faibles que les dimensions des systèmes étudiés. L'approximation dite de l'optique géométrique permet dans de nombreux problèmes de les négliger. Les longueurs d'onde sismiques, elles, qui peuvent être de l'ordre de plusieurs dizaines de kilomètres, sont souvent au moins aussi grandes que les dimensions des terrains étudiés.
- Si les sources lumineuses ont souvent une finesse remarquable (qui les a d'ailleurs fait choisir comme étalons de fréquence), les sources sismiques émettent, elles dans des bandes de fréquence très larges. Il s'ensuit qu'elles n'ont que peu de cohérence.

Pour ces deux raisons, l'onde plane sinusoïdale sismique (le "sismon") n'a pas de réalité physique et par conséquent il semble maladroit de rechercher des développements sur de telles bases.

Le problème le plus simple qu'on puisse envisager est celui de deux demi-espaces homogènes : Etant donnée une source dans un des milieux, trouver la vibration $\vec{u}(x,y,z,t)$ en tout point de l'espace et à tout instant. Ce problème a été entièrement résolu par Cagniard⁽⁶⁾ dans son livre "Réflexion et réfraction des ondes sismiques progressives", par une méthode qui, malheureusement, ne s'étend pas à plus de deux milieux.

Il est cependant possible de calculer par une méthode itérative une solution approchée du problème à plusieurs milieux. C'est la méthode dite de l'Eikonal. Elle a notamment été développée par Petrashen et Hron.

Le présent travail comporte quatre chapitres :

- Dans le premier, nous exposons la méthode de l'Eikonal et nous discutons les principales caractéristiques de cette méthode approchée. Nous obtenons l'expression littérale des coefficients de Zöppritz et nous montrons comment des considérations d'énergie peuvent dans certains cas constituer un contrôle continu de ce calcul approché.
- Dans le 2^e chapitre, nous exposons le formalisme de Cagniard et nous livrons le résultat d'étude du terme de 2^{ème} onde superficielle mis en évidence par Cagniard.
- Dans le 3^e chapitre, nous comparons dans un cas simple les résultats obtenus par les méthodes de Cagniard et de l'Eikonal.
- Dans le 4^e chapitre, enfin, nous discutons la validité même de l'hypothèse qui est à la base de la méthode de l'Eikonal, et nous prouvons, que le résultat de ce développement peut dans certains cas constituer une série divergente.